

Fizyka 1B

Wykład 10

dr Piotr Sitarek, prof. uczelni

Katedra Fizyki Doświadczalnej

Wydział Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej

Mechanika płynów

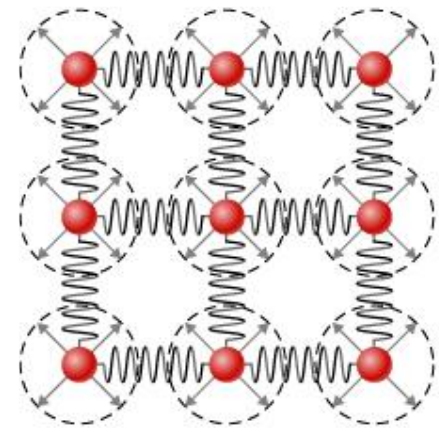
- Płyyny, gęstość i ciśnienie
- Pomiar ciśnienia
- Prawo Pascala i układy hydrauliczne
- Prawo Archimiedesa i siła wyporu
- Dynamika płynów
- Równanie Bernoulliego
- Lepkość i turbulencje

Mechanika płynów

- Ciśnienie, którego doświadczamy (np. zjawiska atmosferyczne) jest zjawiskiem fizycznym odpowiedzialnym nie tylko za pogodę.
- Zmiany ciśnienia sprawiają, że:
 - uszy się zatykają i odtykają ze słyszalnym „pyknięciem” podczas startu samolotu,
 - nurkowie mogą zapaść na bardzo poważną, czasami nawet śmiertelną, chorobę kesonową, której przyczyną jest rozpuszczanie się na dużych głębokościach azotu w wodzie zawartej w ciele i powrót do stanu gazowego po wypłynięciu nurka na powierzchnię.
- Z ciśnieniem jest związane zjawisko zwane wyporem, które sprawia, że balony na gorące powietrze unoszą się, a statki utrzymują na wodzie.

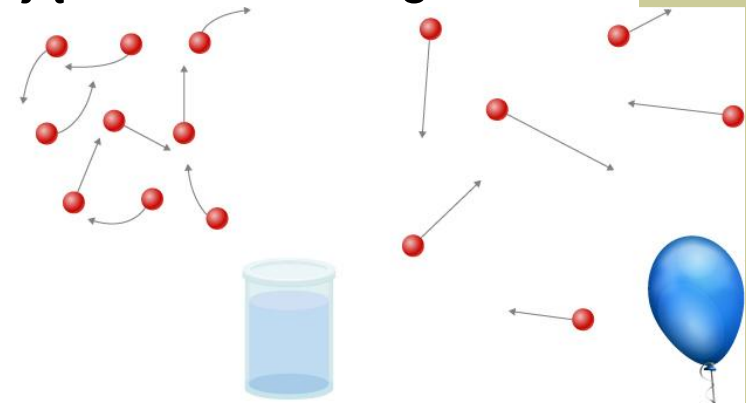
Mechanika płynów

- Ciała stałe są sztywne i mają konkretne kształty oraz określone objętości.
- Ich atomy lub cząstki znajdują się blisko siebie i oddziałują ze sobą znacznymi siłami.
- Ciała stałe przyjmują postać określoną przez rodzaje tych oddziaływań pomiędzy molekułami.
- Zmiana ich kształtu wymaga zadziałania dużą siłą.
- W niektórych przypadkach oddziaływania między molekułami mogą sprawić, że cząstki zorganizują się w sieć.
- Nawet duża siła powoduje jedynie małe przesunięcia między atomami lub cząsteczkami tej sieci, a ciało stałe zachowuje swój kształt.

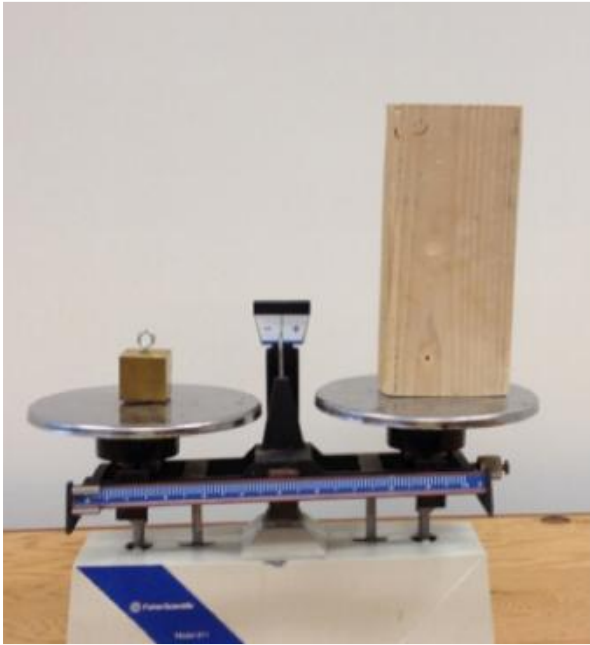


Mechanika płynów

- **Ciecze i gazy** są uważane za **płyny**.
- Poddają się one siłom ścinającym, podczas gdy ciała stałe im się opierają.
- Cząsteczki płynu są związane z sąsiadującymi cząsteczkami, ale w znacznie mniejszym stopniu niż w ciele stałym.
- Cząsteczki płynów nie są zaczepione w konkretnym miejscu i mogą się przemieszczać względem siebie.
- Ciecze również mają określoną objętość, ale ich kształt zależy od naczynia, w którym się znajdują.
- Cząsteczki gazów nie są wzajemnie powiązane i odległości między nimi mogą być bardzo duże.
- Poruszają się one w taki sposób, aby wypełnić cały pojemnik, w którym się znajdują, dlatego gazy nie mają ani konkretnego kształtu, ani określonej objętości.



Mechanika płynów



Gęstość

Średnia gęstość (ang. *density*) substancji lub przedmiotu jest zdefiniowana jako masa przypadająca na jednostkę objętości:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Jednostką SI gęstości jest kg/m^3

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Mechanika płynów

Ciała stałe (0.0°C)		Ciecze (0.0°C)		Gazy (0.0°C, 101.3 kPa)	
Substancja	ρ (kg/m ³)	Substancja	ρ (kg/m ³)	Substancja	ρ (kg/m ³)
Aluminium	$2,70 \cdot 10^3$	Benzen	$8,79 \cdot 10^2$	Powietrze	$1,29 \cdot 10^0$
Kość	$1,90 \cdot 10^3$	Krew	$1,05 \cdot 10^3$	Dwutlenek węgla	$1,98 \cdot 10^0$
Mosiądz	$8,44 \cdot 10^3$	Alkohol etylowy	$8,06 \cdot 10^2$	Tlenek węgla	$1,25 \cdot 10^0$
Beton	$2,40 \cdot 10^3$	Benzyna	$6,80 \cdot 10^2$	Hel	$1,80 \cdot 10^{-1}$
Miedź	$8,92 \cdot 10^3$	Gliceryna	$1,26 \cdot 10^3$	Wodór	$9,00 \cdot 10^{-2}$
Korek	$2,40 \cdot 10^2$	Rtęć	$1,36 \cdot 10^4$	Metan	$7,20 \cdot 10^{-2}$
Powierzchnia Ziemi	$3,30 \cdot 10^3$	Oliwa z oliwek	$9,20 \cdot 10^2$	Azot	$1,25 \cdot 10^0$
Szkło	$2,60 \cdot 10^3$			Podtlenek azotu	$1,98 \cdot 10^0$
Złoto	$1,93 \cdot 10^4$			Tlen	$1,43 \cdot 10^0$
Granit	$2,70 \cdot 10^3$				

Mechanika płynów

Gęstość

- Gęstość informuje nas o stanie skupienia materii oraz jej strukturze.
- Zauważmy, że gęstości cieczy i ciał stałych są w przybliżeniu porównywalne, co doskonale potwierdza, że ich atomy pozostają w ścisłym kontakcie.
- Gęstości gazów są znacznie mniejsze niż gęstości cieczy i ciał stałych, ponieważ atomy gazów znajdują się w dużych odległościach od siebie.
- Gęstości gazów podaje się w tak zwanych warunkach normalnych, czyli temperaturze normalnej 0°C i pod normalnym ciśnieniem $101,3 \text{ kPa}$.
- Istnieje silna zależność między gęstością a temperaturą i ciśnieniem.
- Gęstości ciał stałych i płynów przedstawia się w normalnej temperaturze 0°C , a ich wartości zwykle rosną wraz ze spadkiem temperatury.

Mechanika płynów

Gęstość wody

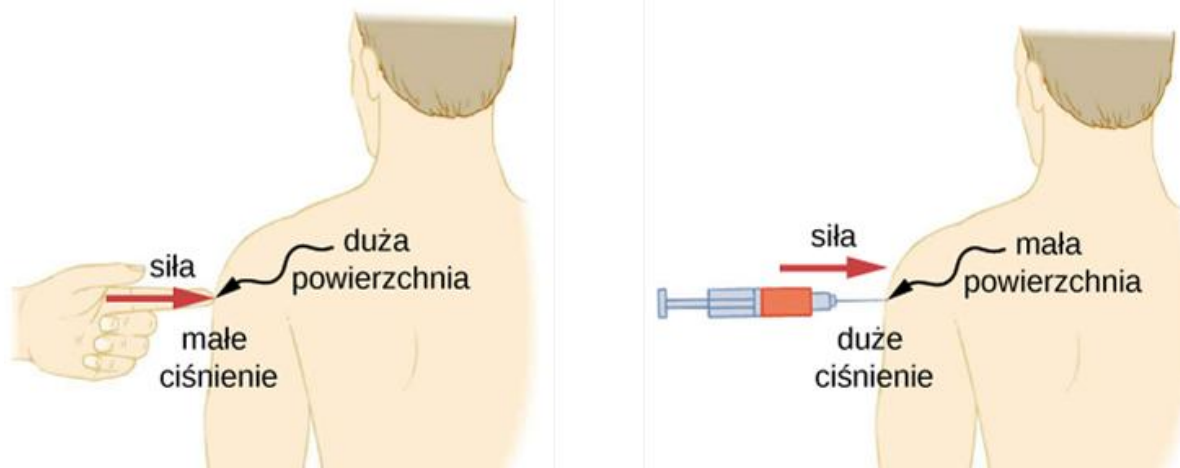
Substancja	ρ (kg/m ³)
Lód (0°C)	$9,170 \cdot 10^2$
Woda (0°C)	$9,998 \cdot 10^2$
Woda (4°C)	$1,000 \cdot 10^3$
Woda (20°C)	$9,982 \cdot 10^2$
Woda (100°C)	$9,584 \cdot 10^2$
Para (100°C, 101.3 kPa)	$1,670 \cdot 10^2$
Woda morska (0°C)	$1,030 \cdot 10^3$

Mechanika płynów

Ciśnienie

Ciśnienie definiujemy jako wartość siły normalnej do powierzchni na jednostkę powierzchni, do której siła jest przyłożona, czyli:

$$p = \frac{F}{A}$$



- Zwróćmy uwagę, że chociaż siła jest wektorem, ciśnienie jest skalarem.
- Dzieje się tak dlatego, że ciśnienie definiujemy jako wielkość proporcjonalna do wartości składowej siły prostopadłej do powierzchni.
- Jednostką SI ciśnienia jest paskal (Pa).

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Mechanika płynów

Ciśnienie - półkule magdeburskie

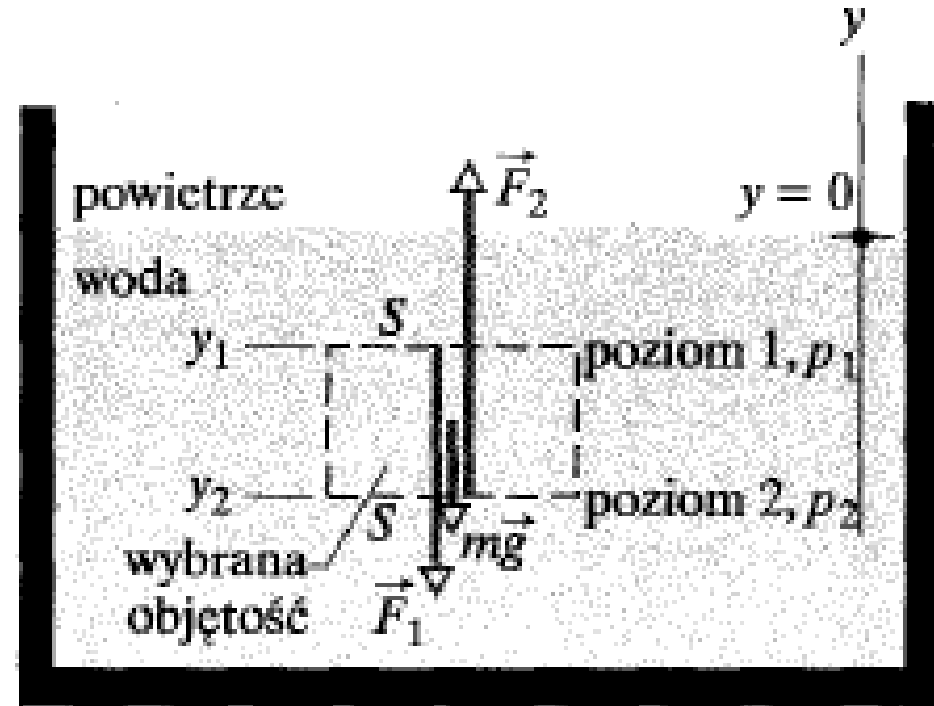
– metalowe półsfery umożliwiające wykonanie słynnego doświadczenia przeprowadzonego przez Ottona von Guericke w 1654 r. w Magdeburgu.

W doświadczeniu tym wykorzystano dwie półsfery metalowe o średnicy 42 cm każda, o starannie zeszlifowanych krawędziach. Półsfery zostały dociśnięte do siebie i uszczelnione, następnie wypompowano ze środka powietrze. Okazało się, że do rozerwania tak powstałej kuli potrzebne było 16 koni. Była to widowiskowa demonstracja istnienia ciśnienia atmosferycznego.



Mechanika płynów

Ciśnienie - płyn w spoczynku



$$F_2 = F_1 + mg$$

$$p_2 S = p_1 S + \rho S g (y_1 - y_2)$$

$$p_2 = p_1 + \rho g (y_1 - y_2)$$

Mechanika płynów

Ciśnienie - płyn w spoczynku

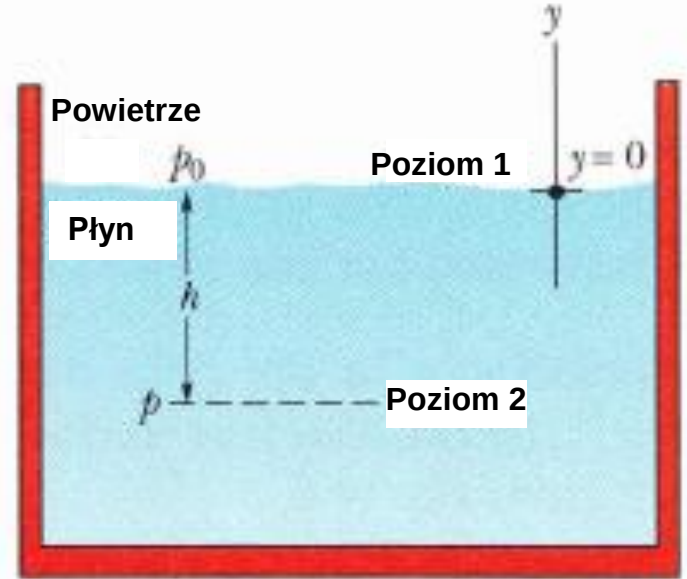
$$p_2 = p_1 + \rho g(y_1 - y_2)$$

$$p = p_0 + \rho g h$$

↖ ciśnienie na głębokości h

$$p = p_0 - \rho_{pow} g d$$

↖ ciśnienie na wysokości d ponad płynem

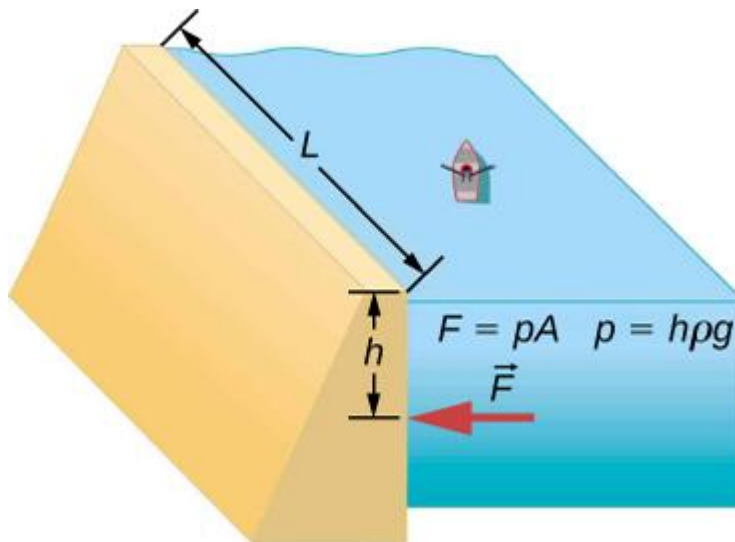


Mechanika płynów

Ciśnienie - jaką siłę musi wytrzymać tama?

Rozważmy ciśnienie i siłę działające na tamę utrzymującą rezerwuar wodny. Załóżmy, że tama ma 500 m szerokości, a woda ma głębokość 80,0 m, u podstawy tamy.

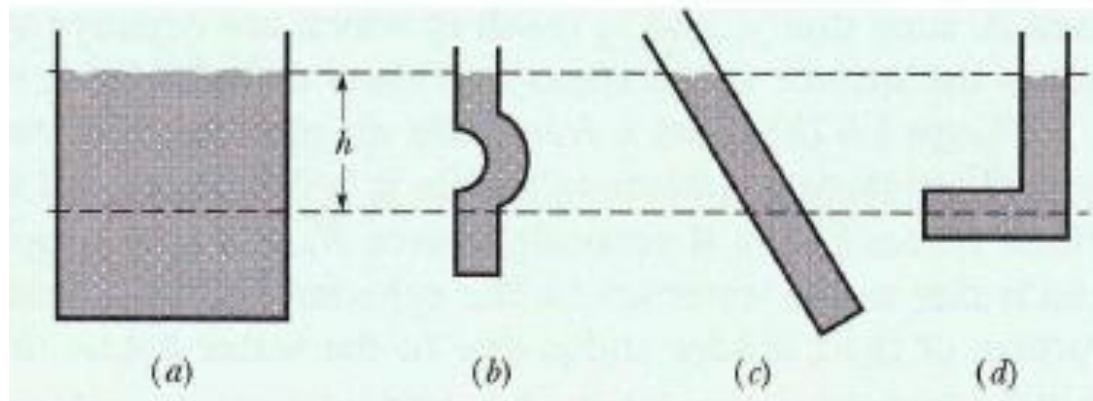
- (a) Jakie jest średnie ciśnienie na tamę spowodowane naporem wody?
- (b) Oblicz siłę wywieraną na tamę.



Mechanika płynów

Ciśnienie - płyn w spoczynku

$$p = p_0 + \rho gh$$



Mechanika płynów

Ciśnienie – pomiar

- Wiele urządzeń mierzy ciśnienie: od manometrów samochodowych po urządzenia do pomiaru ciśnienia krwi.
- Dowolna wielkość zmieniająca się wraz z ciśnieniem w znany nam sposób może zostać wykorzystana do konstruowania miernika ciśnienia:
 - tensometry, wykorzystują zmiany kształtu materiału pod wpływem ciśnienia,
 - pojemnościowe mierniki ciśnienia, działają na zasadzie pomiaru pojemności elektrycznej pod wpływem spowodowanych ciśnieniem zmian kształtu,
 - piezoelektryczne mierniki ciśnienia, mierzą zmiany napięcia na materiale piezoelektrycznym, powstałe w wyniku różnych ciśnień przyłożonych do różnych jego części,
 - jonowe mierniki, mierzą ciśnienie za pośrednictwem jonizacji cząsteczek w komorach próżniowych pod bardzo niskimi ciśnieniami.

Mechanika płynów

Ciśnienie – pomiar



(a)



(b)

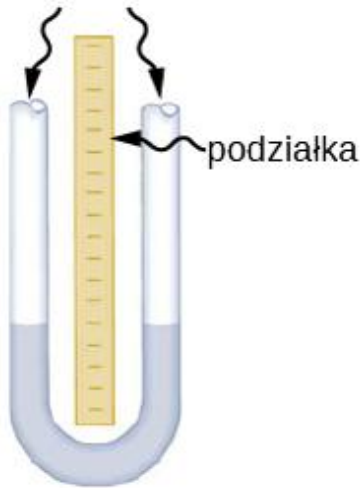


(c)

Mechanika płynów

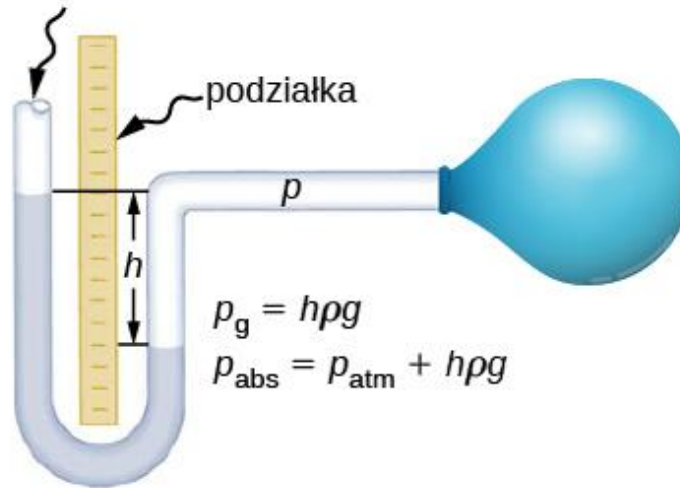
Ciśnienie – pomiar – manometr

Otwarte na ciśnienie atmosferyczne



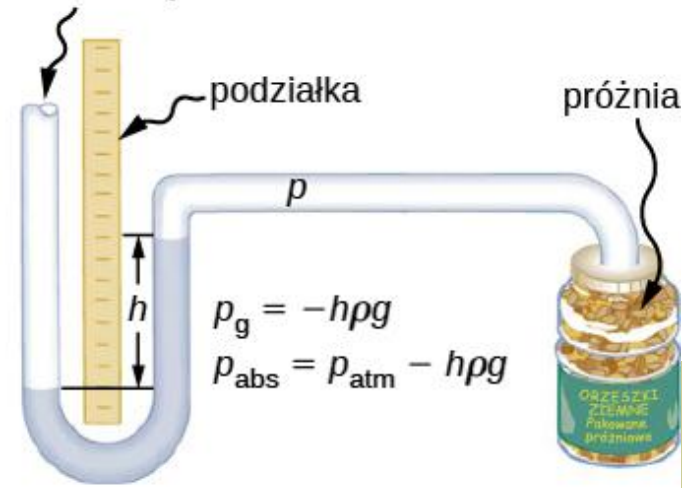
(a)

Otwarte na ciśnienie atmosferyczne



(b)

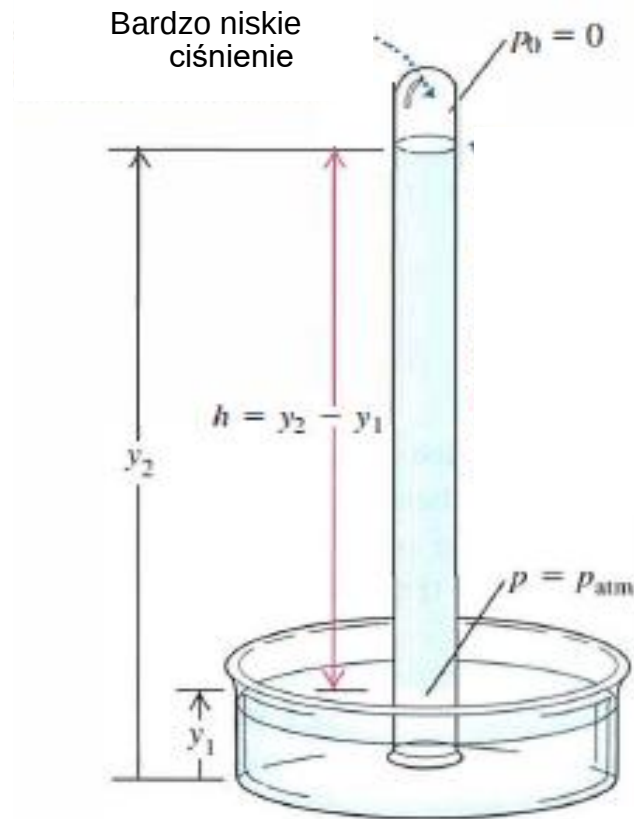
Otwarte na ciśnienie atmosferyczne



(c)

Mechanika płynów

Pomiar ciśnienia - barometr rtęciowy (doświadczenie Torricellego)



Poziom rtęci zależy od ciśnienia atmosferycznego

$$p_{atm} = p = 0 + \rho g(y_2 - y_1) = \rho gh$$

Mechanika płynów

Warstwy atmosfery wzorcowej

- Barometr może być również użyty jako wysokościomierz, ponieważ średnie ciśnienie atmosferyczne zmienia się wraz z wysokością nad poziomem morza.
- Barometry rtęciowe i manometry są tak powszechne, że do pomiaru ciśnienia atmosferycznego i ciśnienia krwi używa się jednostki milimetr słupa rtęci (mmHg).

Warstwy według ISA

Warstwa	Nazwa sfery	Geopotencjalna wysokość podstawy h (w m)	Wysokość podstawy geometryczna z (w m)	Gradient temperatury (w °C/km)	Temperatura podstawy T (w °C)	Ciśnienie w podstawie p (w Pa)
0	troposfera	0,0	0,0	-6,5	15,0	101 325
1	tropopauza	11 000	11 019	+0,0	-56,5	22 632
2	stratosfera	20 000	20 063	+1,0	-56,5	5474,9
3	stratosfera	32 000	32 162	+2,8	-44,5	868,02
4	stratopauza	47 000	47 350	+0,0	-2,5	110,91
5	mezosfera	51 000	51 413	-2,8	-2,5	66,939
6	mezosfera	71 000	71 802	-2,0	-58,5	3,9564
7	mezopauza	84 852	86 000	-	-86,2	0,3734

Mechanika płynów

Wyznaczanie gęstości

$$p_{pg} = p_0 + \rho_w g l$$

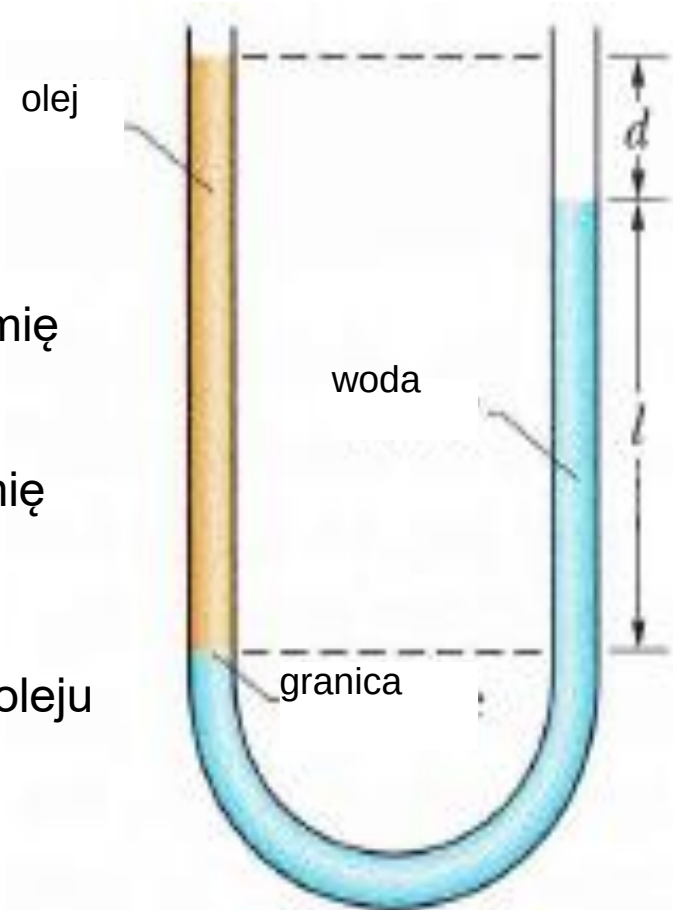
- prawe ramię

$$p_{lg} = p_0 + \rho_x g (l + d)$$

- lewe ramię

$$\rho_x = \rho_w \frac{l}{l + d}$$

- gęstość oleju



Mechanika płynów

Ciśnienie – jednostki

Jednostka	Definicja
Inne jednostki ciśnienia	$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$ $= 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ $= 14,7 \text{ psi}$ $= 29,9 \text{ inHg}$ $= 1013 \text{ mbar}$
	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$
	$1 \text{ Tr} = 1 \text{ mmHg} = 122,39 \text{ Pa}$

Mechanika płynów

Prawo Pascala i układy hydrauliczne

- Płyn statyczny to taki, który nie jest w ruchu (Blaise Pascal, 1653 r.).
- Gdy płyn nie płynie, mówimy, że jest w równowadze statycznej (dla wody – hydrostatycznej).
- Dla płynów w równowadze statycznej wypadkowa siła na dowolną jego część musi wynosić zero, bo w przeciwnym przypadku płyn zacząłby się poruszać.
- Obserwacje Pascala, które później udowodniono eksperymentalnie, są podstawą dziedziny nauki zwanej hydrauliką.

Mechanika płynów

Prawo Pascala

Zasada Pascala, znana również pod nazwą prawo Pascala, stwierdza, że zmiana ciśnienia przyłożonego do płynu jest przekazywana bez strat do wszystkich jego części i ostatecznie do ścianek naczynia zawierającego płyn.

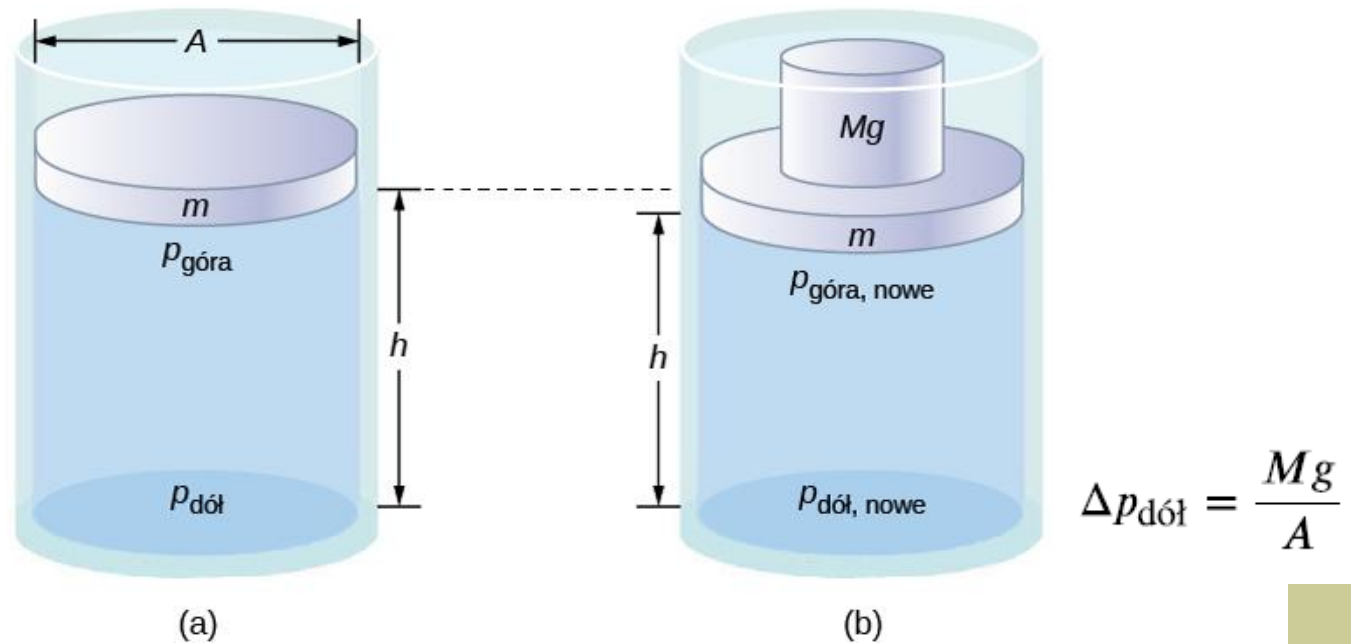
Atomy, które mogą się swobodnie poruszać w naczyniu przekazują ciśnienie do wszystkich części płynu oraz do ścian naczynia.

Dowolna zmiana ciśnienia jest przekazywana bez strat.

Zwróćmy uwagę, że zasada ta **nie mówi**, że ciśnienie jest takie samo we wszystkich częściach.

Mechanika płynów

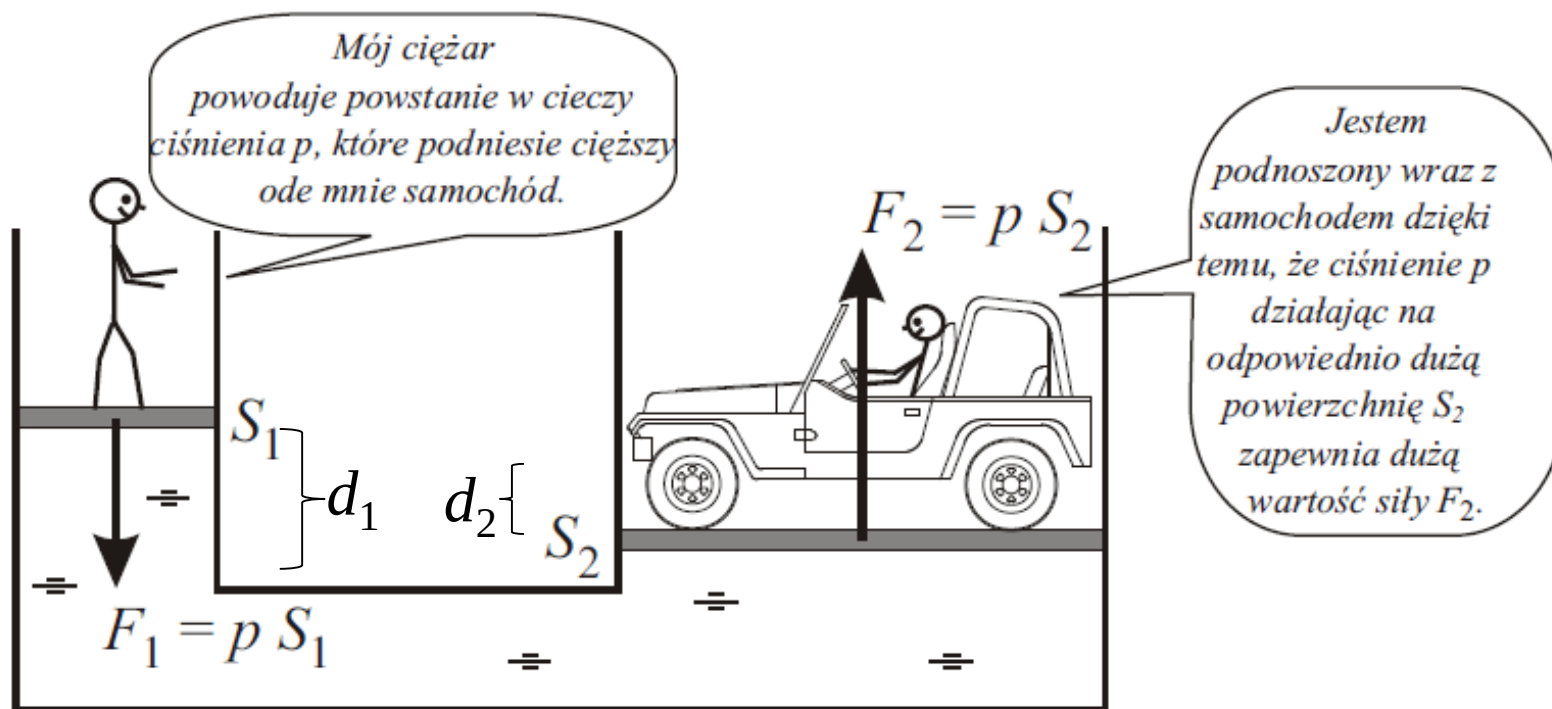
Prawo Pascala



$$\Delta p = \Delta p_{\text{góra}} = \Delta p_{\text{dół}} = \Delta p_{\text{wszędzie}}$$

Płyny

Prawo Pascala - prasa hydrauliczna



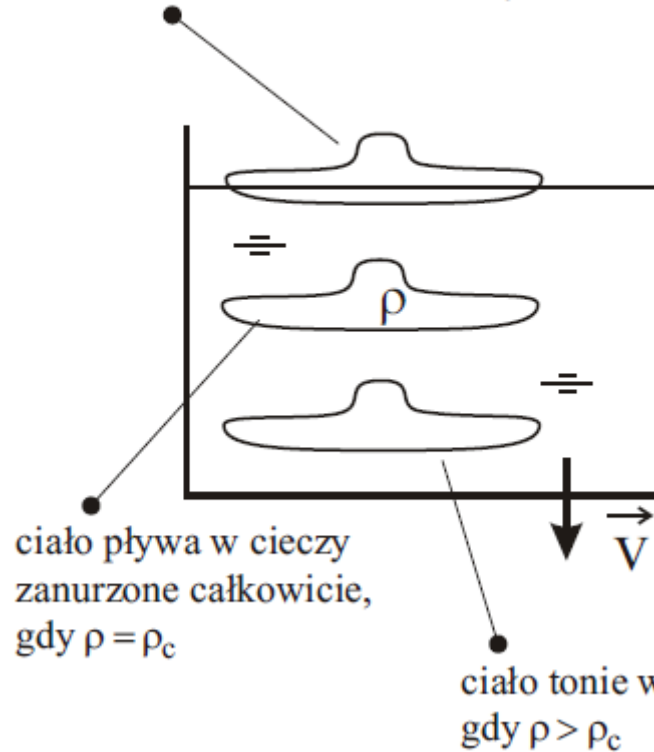
$$\Delta p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$
$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$$

$$V = S_1 d_1 = S_2 d_2$$
$$d_2 = d_1 \frac{S_1}{S_2}$$

Mechanika płynów

Prawo Archimedesesa i siła wyporu

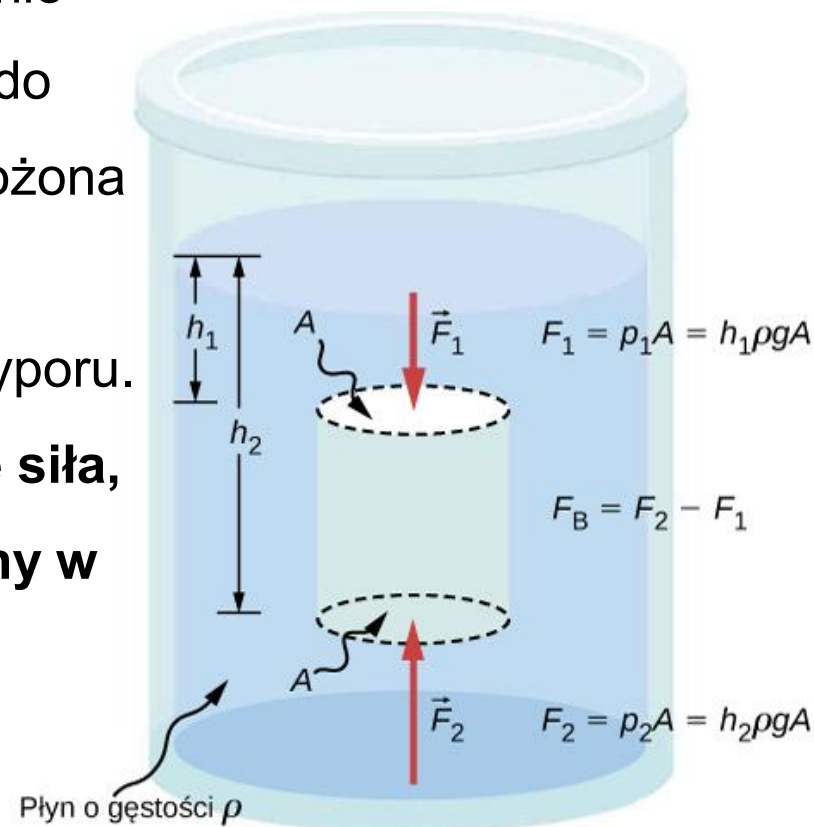
ciało pływa po powierzchni cieczy
zanurzone częściowo, gdy $\rho < \rho_c$



Mechanika płynów

Prawo Archimedeasa i siła wyporu

- Ciśnienie wywołane ciężarem płynu zwiększa się z głębokością.
- Ta zmiana ciśnienia powoduje powstanie skierowanej ku górze siły przyłożonej do spodu cylindra, większej niż siła przyłożona do jego szczytu.
- Ta różnica powoduje powstanie siły wyporu.
- **Siła wyporu to skierowana ku górze siła, działająca na każdy obiekt zanurzony w płynie.**



Mechanika płynów

Prawo Archimedesesa

Na ciało zanurzone w cieczy działa skierowana pionowo do góry siła wyporu, równa ciężarowi wypartej cieczy.

The diagram shows the formula for buoyant force, $F_w = m_c g = \rho_c V g$, enclosed in a double-bordered box. Five labels with leader lines point to specific parts of the formula: 'siła wyporu' points to F_w , 'gęstość cieczy' points to ρ_c , 'przyspieszenie ziemskie' points to g , 'masa cieczy wypartej przez zanurzoną część ciała' points to m_c , and 'objętość zanurzonej części ciała' points to V .

siła wyporu

gęstość cieczy

przyspieszenie ziemskie

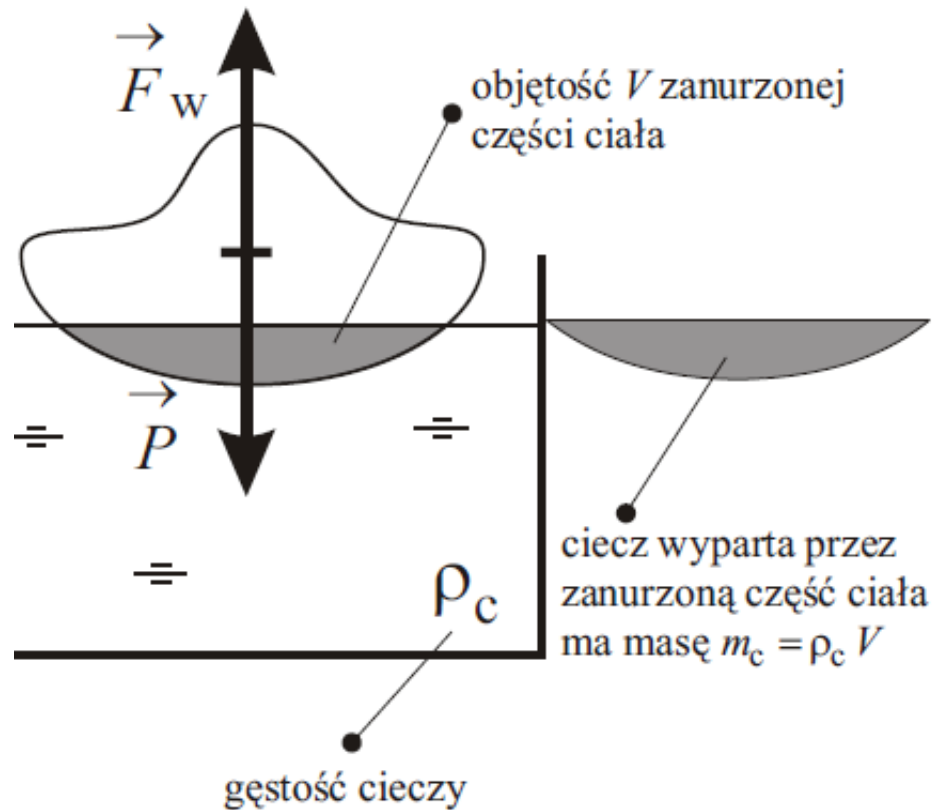
$F_w = m_c g = \rho_c V g$

masa cieczy wypartej przez zanurzoną część ciała

objętość zanurzonej części ciała

Mechanika płynów

Prawo Archimedesesa



Mechanika płynów

Prawo Archimiedesa – gęstość

- Kawałek stali wrzucony do wody tonie, jednak jeżeli uformujemy z niej statek, to będzie on pływał.
- Z powodu swojego kształtu statek ze stali wypiera więcej wody niż kawałek stali i w związku z tym doświadcza większej siły wyporu, mimo że masy są identyczne.
- **Średnia gęstość** przedmiotu determinuje to, czy będzie on pływał, czy zatonie.

$$\text{zanurzona część} = \frac{\rho_o}{\rho_{\text{pl}}}$$

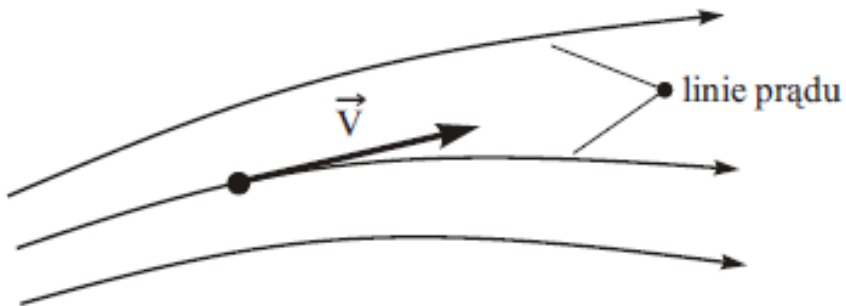
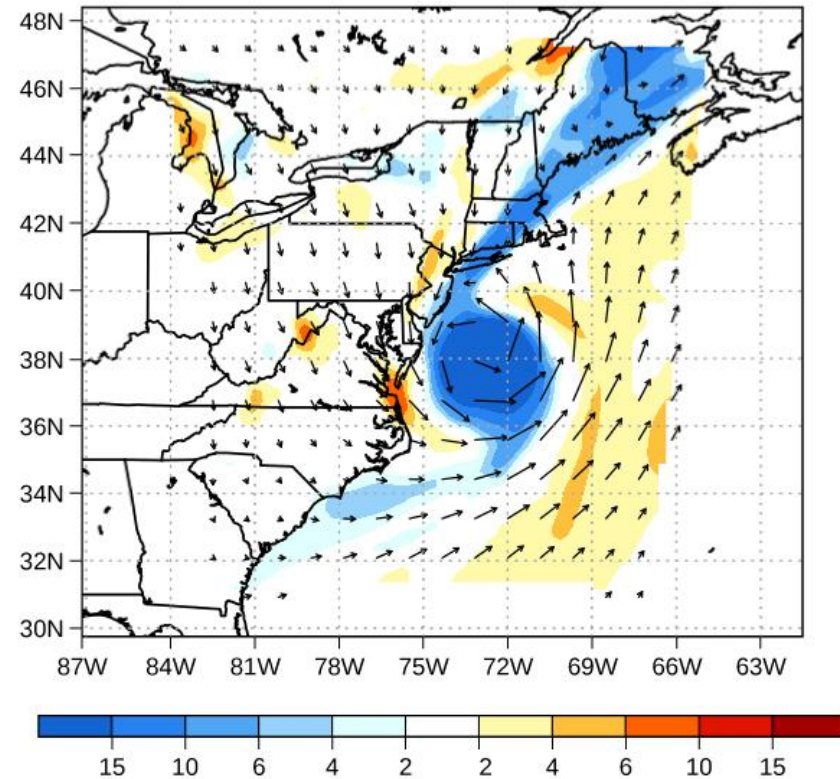
średnia gęstość

gęstość płynu

Mechanika płynów

Dynamika płynów

925 hPa wirowość wzgl., kier. wiatru, temp. na wys. 2 m
prognoza na 19.04.2014 UTC

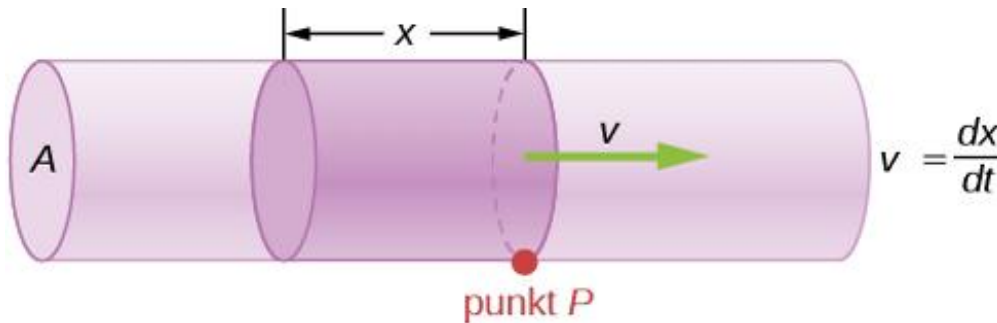


Mechanika płynów

Dynamika płynów – strumień

Objętość płynu przepływającego w pewnym miejscu przez powierzchnię w jednostce czasu zwana jest strumieniem (ang. *flow rate*) lub bardziej precyzyjnie, strumieniem objętościowym:

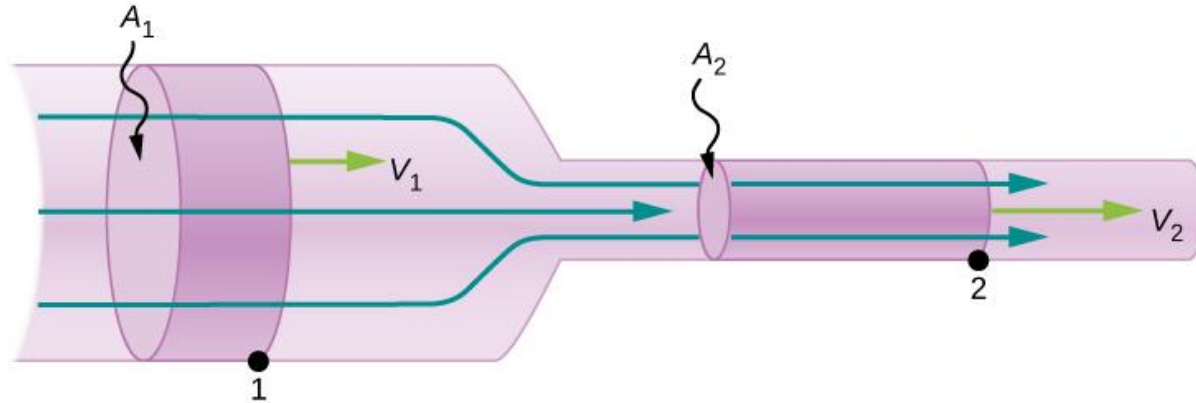
$$Q = \frac{dV}{dt}$$



$$Q = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(Ax) = A \frac{dx}{dt} = Av$$

Mechanika płynów

Dynamika płynów – równanie ciągłości



- płyn płynący przez rurę o malejącym promieniu jest nieściśliwy,
- ta sama jego ilość musi przepływać przez każdy przekrój rury w danym czasie, aby utrzymać ciągłość przepływu,
- przepływ jest ciągły, ponieważ nie ma w nim żadnych źródeł ani odpływów, które dodają lub usuwają masę,

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2, \\ A_1 v_1 &= A_2 v_2 \end{aligned}$$

Mechanika płynów

Dynamika płynów

– obliczenie prędkości płynu przy wylocie węża

Dysza węża o średnicy 0,5 cm doczepiona jest do węża ogrodowego o promieniu 0,9 cm. Strumień objętościowy przez wąż i dyszę wynosi 0,5 l/s. Oblicz prędkość wody (a) w wężu i (b) przy wylocie.

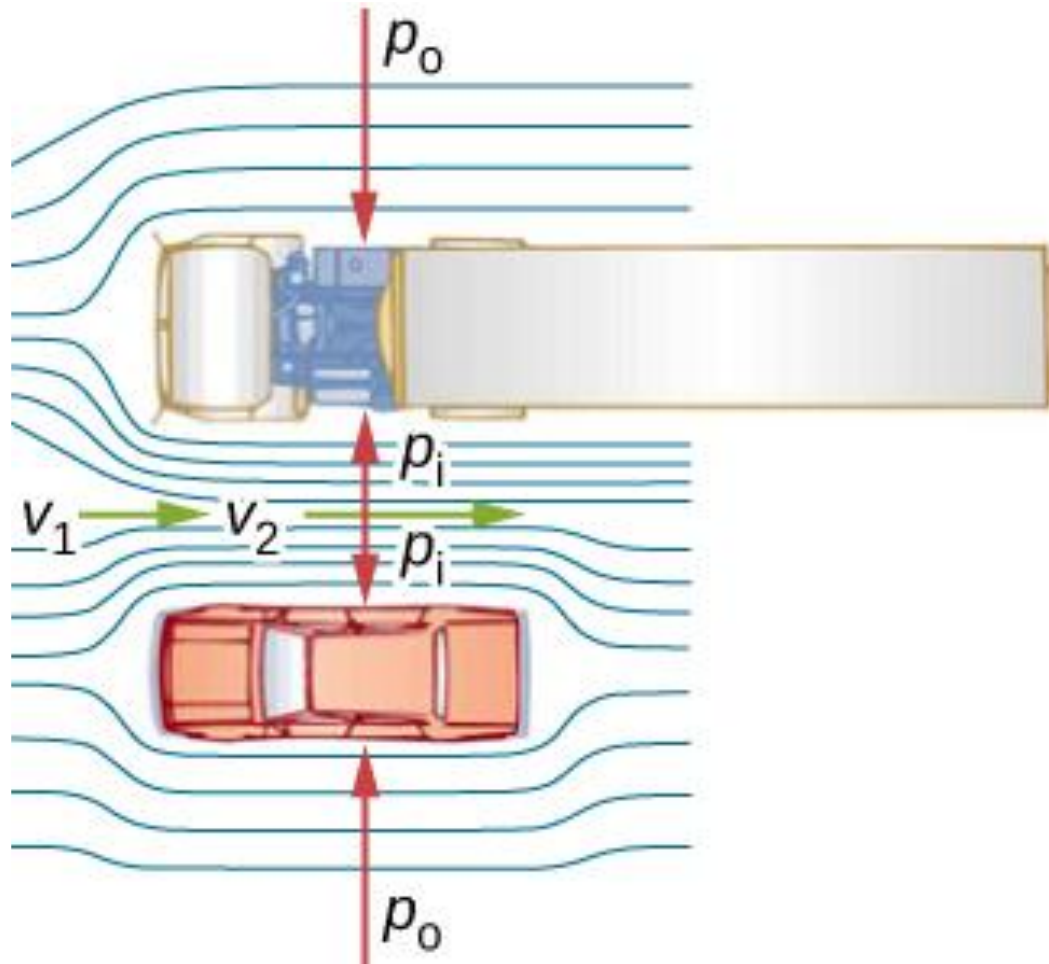
Mechanika płynów

Równanie Bernoulliego

- Jak pokazaliśmy, gdy płyn wpływa do węższego kanału, jego prędkość rośnie – wzrasta również energia kinetyczna.
- Jest to związane z pracą wykonaną nad płynem podczas wtłaczania go do węższego kanału.
- Pracę wykonuje również siła grawitacji, jeżeli płyn zmienia swoje położenie pionowe.
- Gdy kanał się zwęża, pojawia się różnica ciśnień.
- Powoduje to powstanie siły wypadkowej, ponieważ iloczyn ciśnienia i pola powierzchni równy jest sile, i to właśnie ona wykonuje pracę.

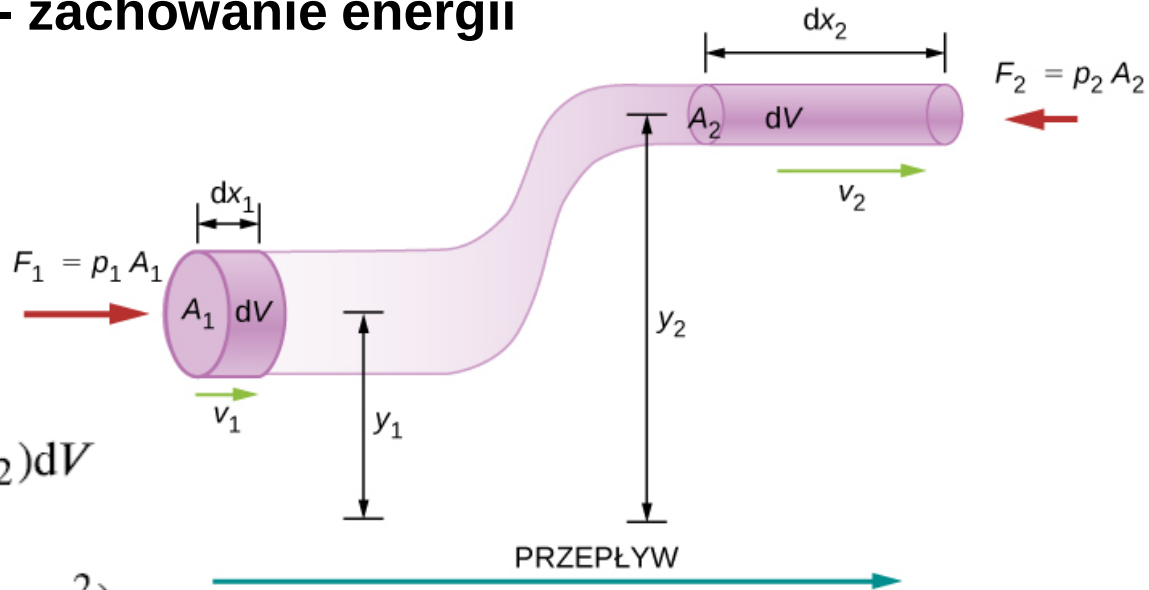
Mechanika płynów

Równanie Bernoulliego



Mechanika płynów

Równanie Bernoulliego - zachowanie energii



$$\begin{aligned}dW &= p_1 A_1 dx_1 - p_2 A_2 dx_2 \\&= p_1 dV - p_2 dV = (p_1 - p_2) dV\end{aligned}$$

$$dK = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \rho dV (v_2^2 - v_1^2)$$

$$dU = mgy_2 - mgy_1 = \rho dV g(y_2 - y_1)$$

$$dW = dK + dU$$

$$(p_1 - p_2) dV = \frac{1}{2} \rho dV (v_2^2 - v_1^2) + \rho dV g(y_2 - y_1)$$

$$(p_1 - p_2) dV = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1).$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Mechanika płynów

Równanie Bernoulliego

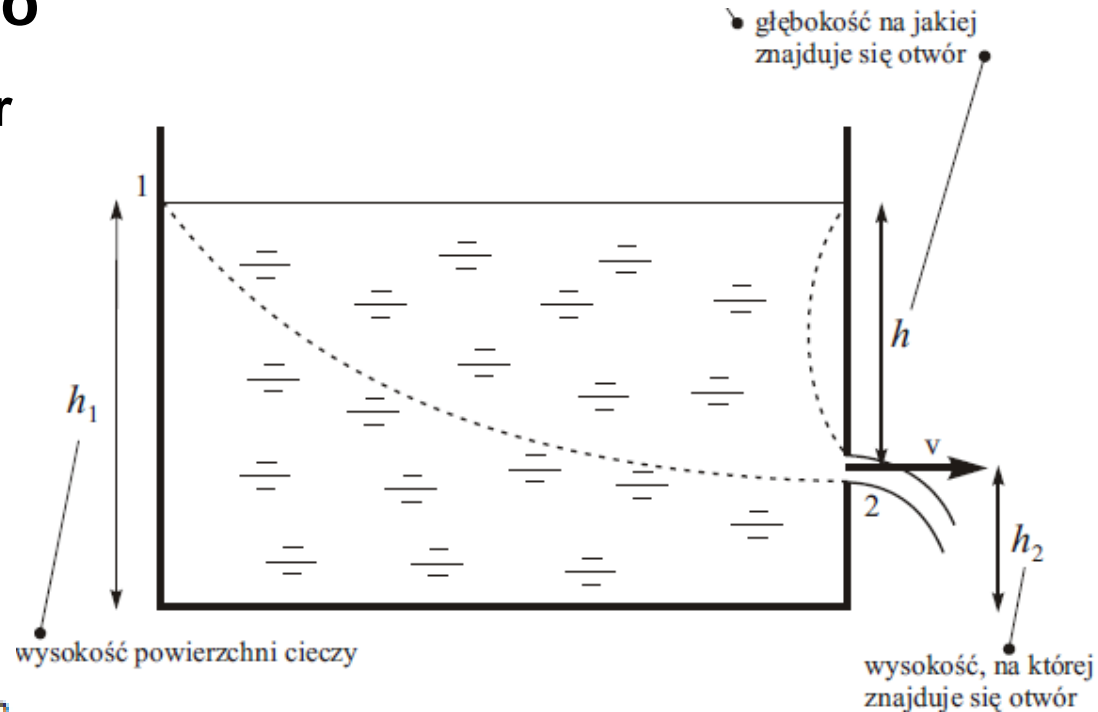
- Zależność ta oznacza, że energia mechaniczna dowolnego elementu płynu zmienia się w wyniku pracy wykonanej nad tym elementem przez płyn znajdujący się poza nim.
- Wykonanie tej pracy powodowane jest przez ciśnienie zmieniające się wzdłuż toru przepływu płynu.
- Dla nieściśliwego płynu bez tarcia, suma ciśnień statycznego i dynamicznego zachowana jest nie tylko w czasie, ale również wzdłuż linii prądu:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constant}$$

Mechanika płynów

Równanie Bernoulliego

Wypływ cieczy przez otwór



$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2$$

$$\rho g h_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2,$$

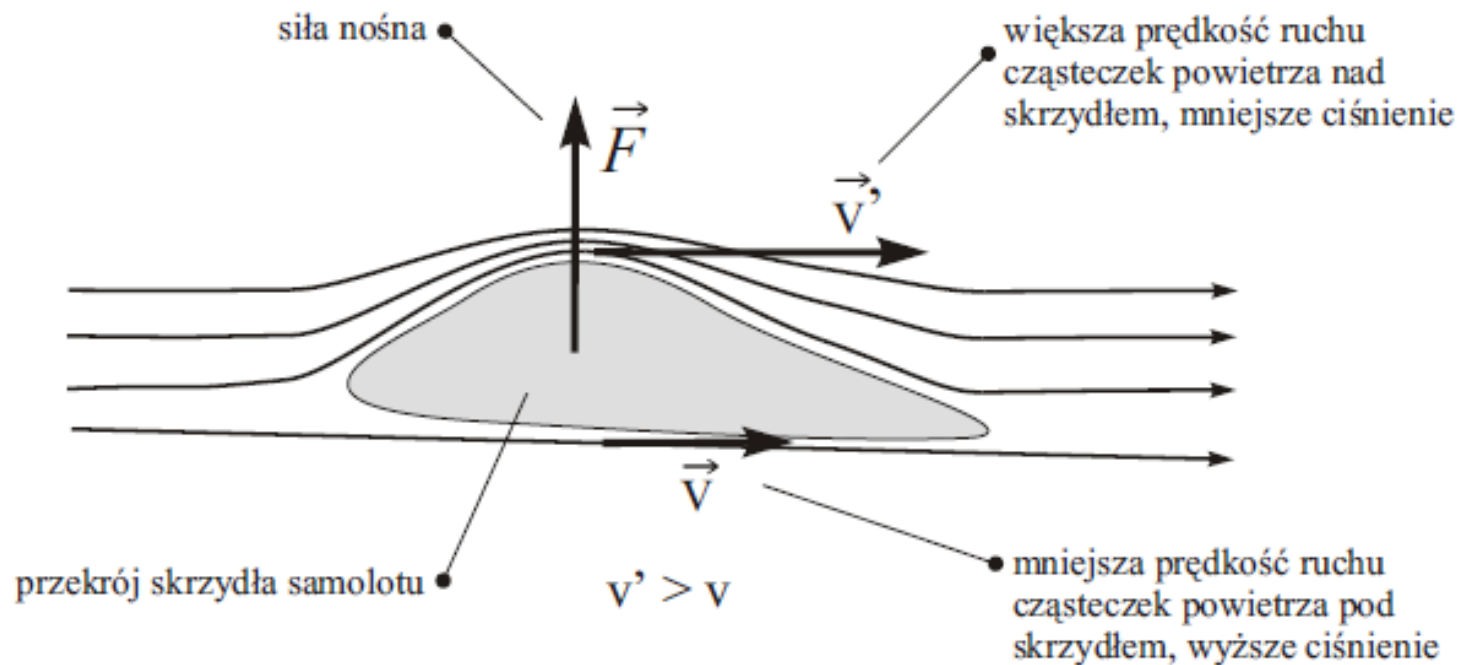
$$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) = 2gh$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}.$$

Wzór Torricellego

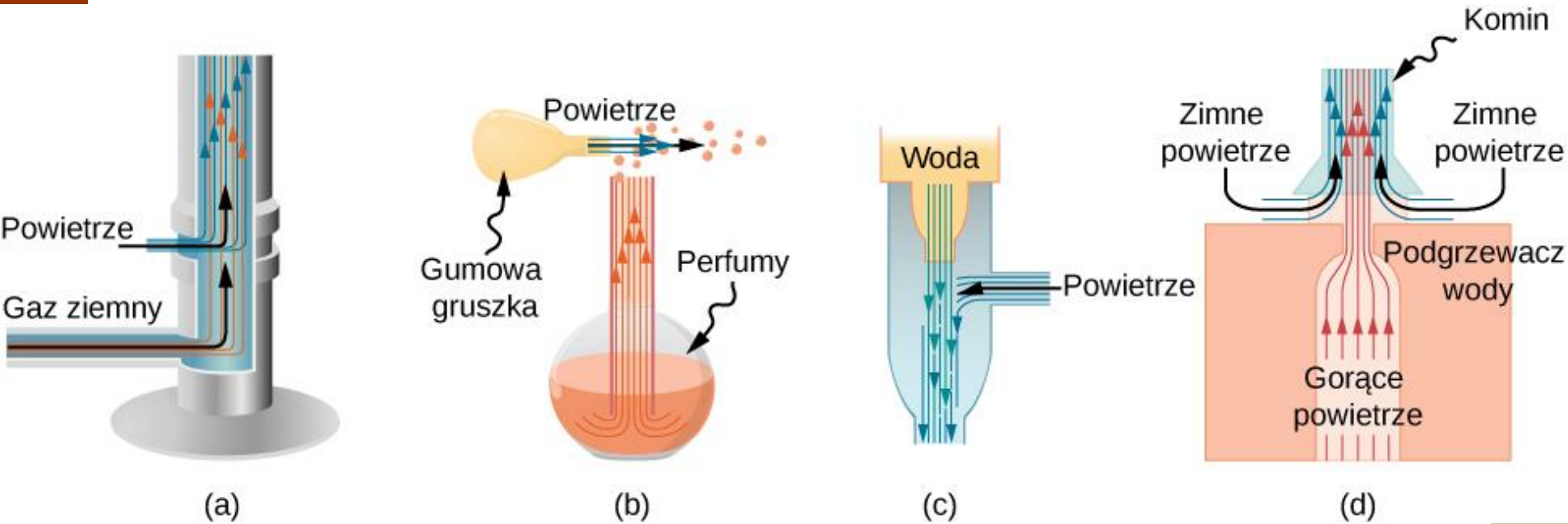
Mechanika płynów

Równanie Bernoulliego - siła nośna



Mechanika płynów

Równanie Bernoulliego - przykłady



(a) Palnik Bunsena używa regulowanej dyszy, która porywa powietrze, aby regulować spalanie.

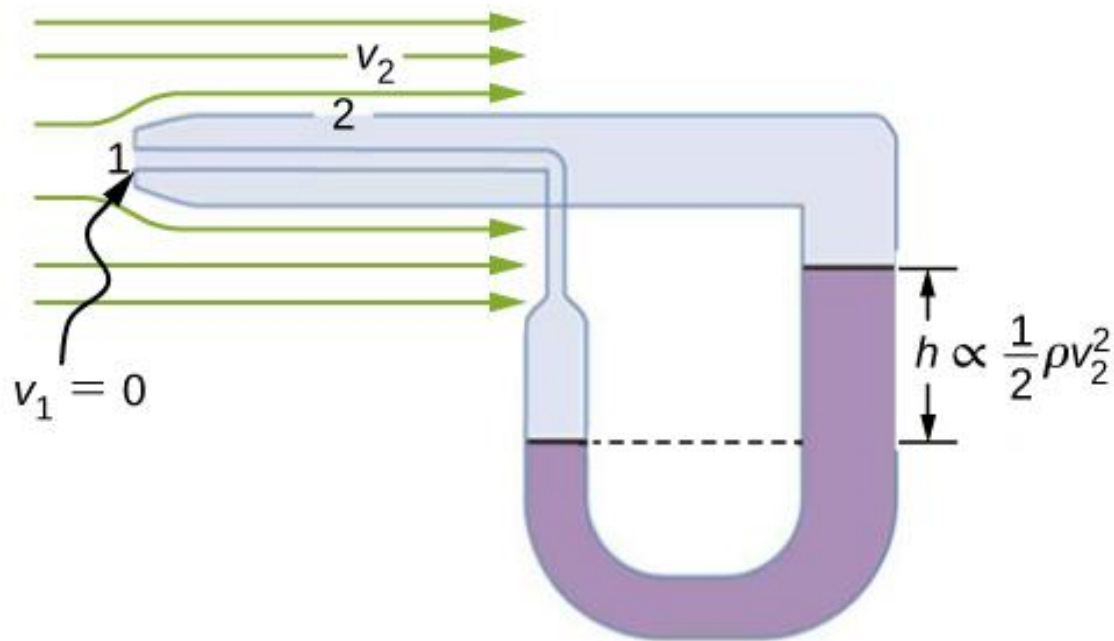
(b) Po ściśnięciu gruszki atomizera, podmuch powietrza porywa kropelki perfum.

(c) Powszechnie stosowany aspirator używa szybkiego strumienia wody do wytworzenia obszaru niskiego ciśnienia.

(d) Komin podgrzewacza wody jest tak zaprojektowany, aby porywał powietrze do wnętrza rury wychodzącej na zewnątrz pomieszczenia.

Mechanika płynów

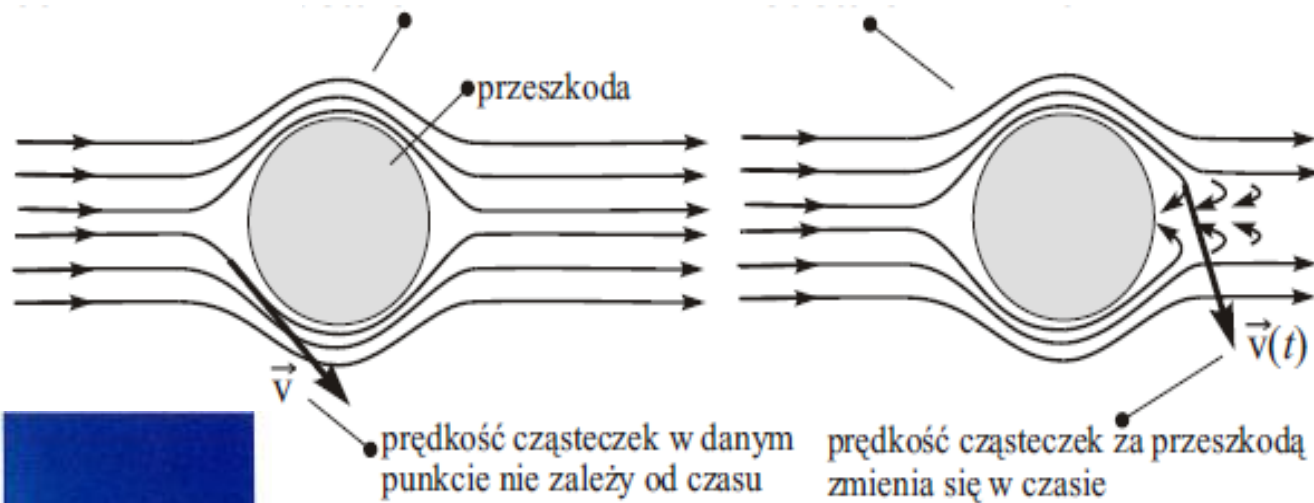
Równanie Bernoulliego – pomiar prędkości



rurka Prandtla (udoskonalona rurka Pitota)

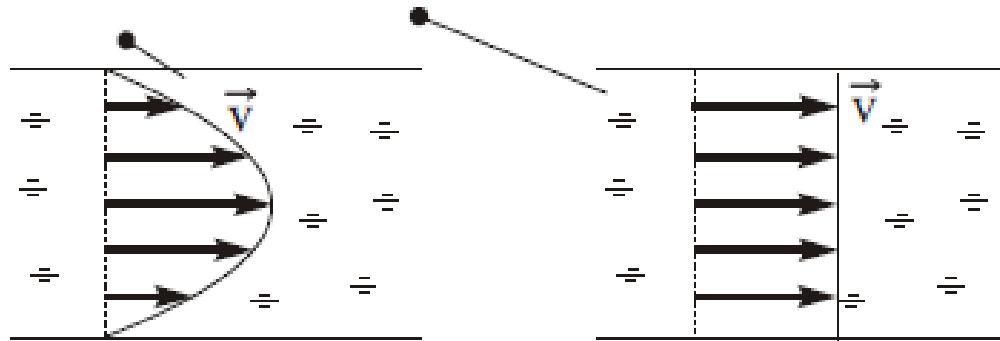
Mechanika płynów

Lepkość i turbulencje



Mechanika płynów

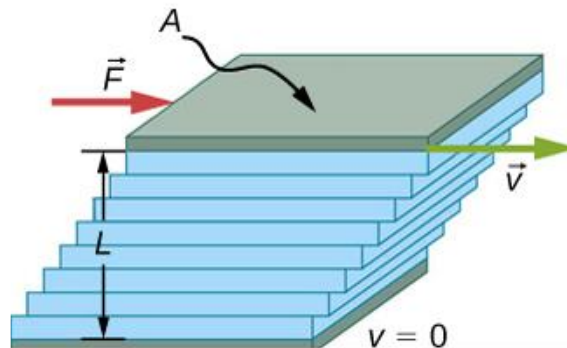
Lepkość i turbulencje



prędkość płynu w rurze jest hamowana przez ścianki (i kolejne warstwy płynu)

prędkość płynu jest jednakowa w całym przekroju rury

- Różnicę powoduje tarcie, zarówno wewnątrz płynu, jak i pomiędzy płynem a jego otoczeniem.
- Tę cechę płynów nazywamy **lepkością**.



$$F = \eta \frac{vA}{L}$$

Mechanika płynów

Przepływ laminarny płynu w rurze. Prawo Poiseuille'a

- przepływ powoduje różnica ciśnień,
- strumień ma kierunek od wyższego ciśnienia do niższego,

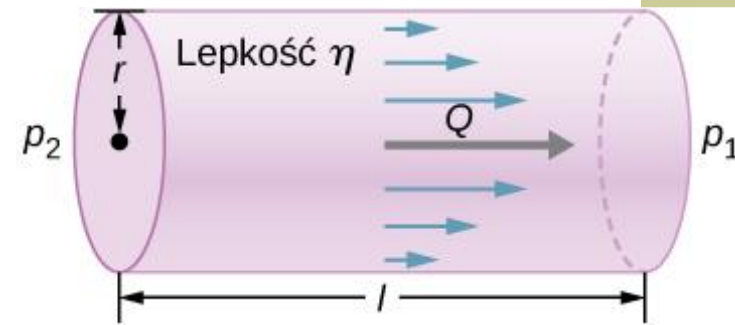
$$Q = \frac{p_2 - p_1}{R}$$

- opór R zawiera wszystkie elementy, które wpływają na przepływ, za wyjątkiem ciśnienia i dla laminarnego przepływu nieściśliwego płynu o lepkości η przez poziomą rurę o jednorodnym promieniu r i długości l , opisuje równanie

$$R = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$$

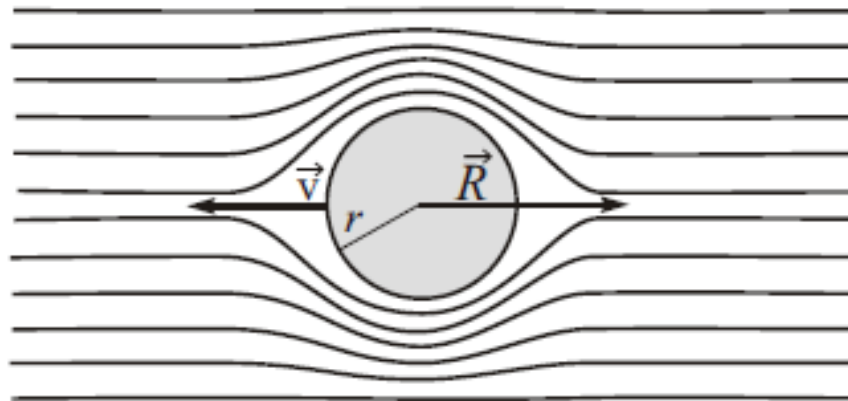
- wyrażenie na strumień ma więc postać

$$Q = \frac{(p_2 - p_1)\pi r^4}{8\eta l}$$



Mechanika płynów

Ruch ciała – prawo Stokesa



siła oporu •

predkość niewielkiej
kuli w płynie •

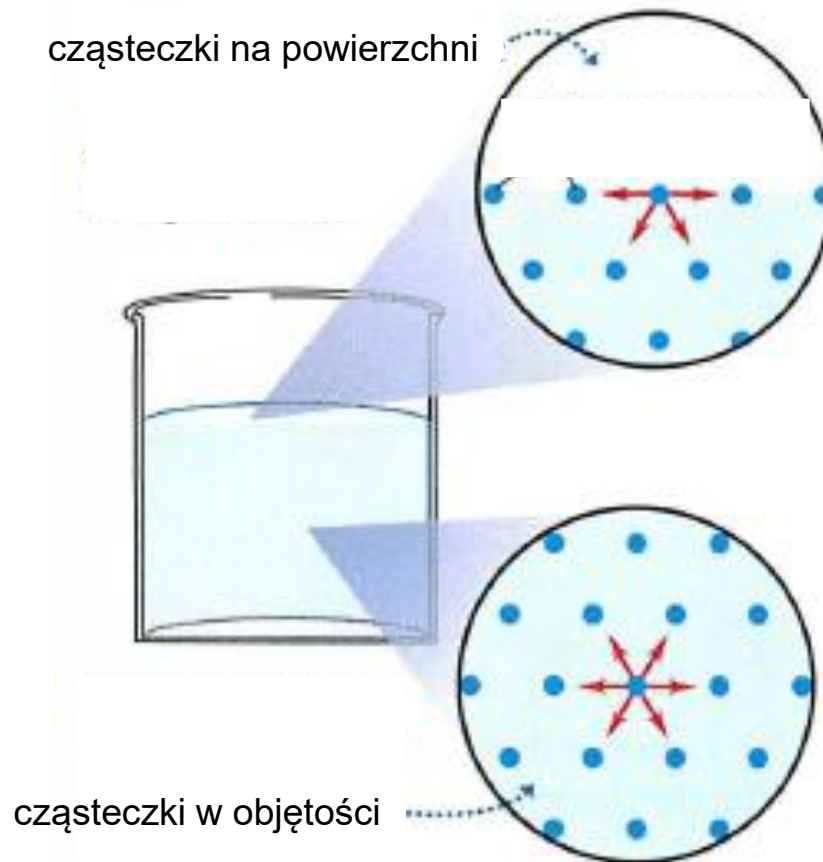
$$R = 6\pi r \eta v$$

promień kuli •

współczynnik
lepkości płynu •

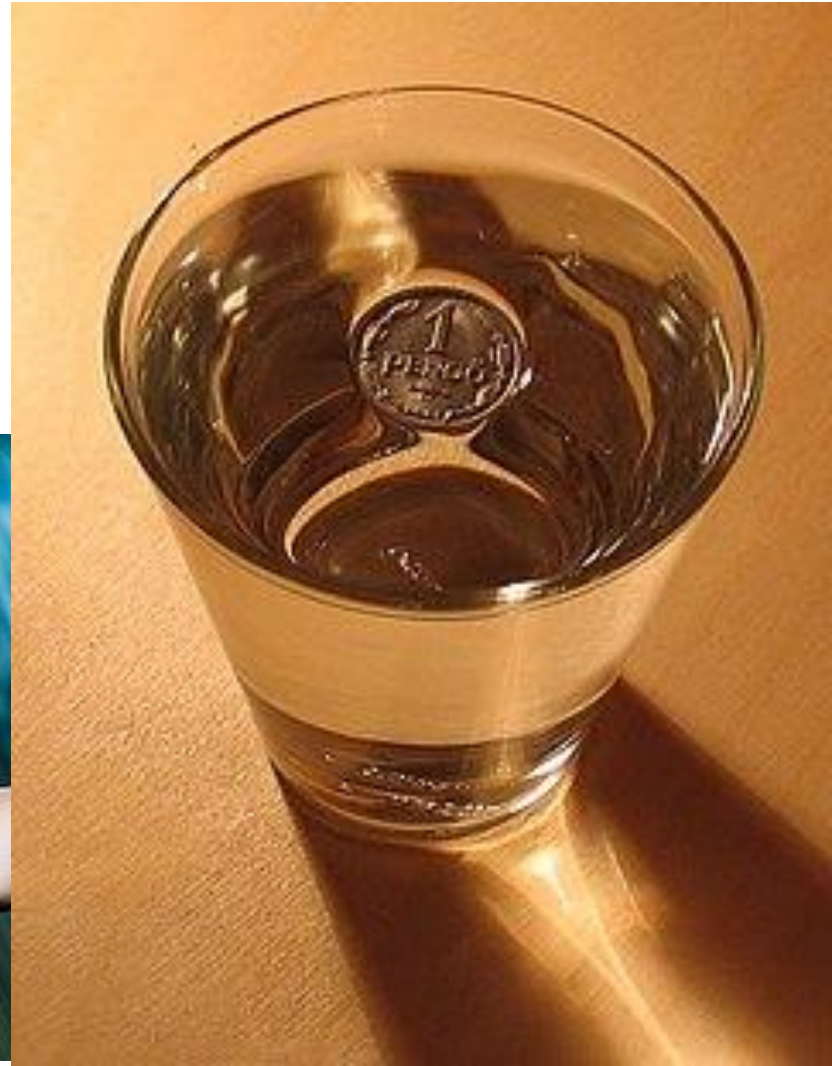
Mechanika płynów

Napięcie powierzchniowe



Mechanika płynów

Napięcie powierzchniowe



Mechanika płynów

Zjawiska kapilarne

Ciężar słupa wody:

$$Q = mg = \pi r^2 h \rho g$$

r – promień kapilary,
 h – wysokość słupa,
 ρ – gęstość wody.

Siła napięcia powierzchniowego przy ścianie:

$$F = 2\pi r \sigma$$

σ – napięcie powierzchniowe.

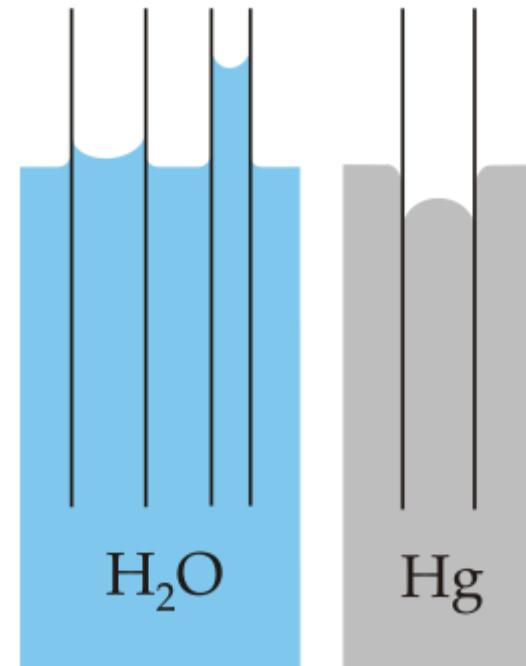
Pionowa składowa tej siły równoważy siłę ciężaru cieczy, stąd:

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g r}$$

$$h = \frac{14 \text{ mm}^2}{r}$$

θ – kąt zwilżania (ok. 20° dla wody).

dla $r = 1 \text{ mm}$, $h = 14 \text{ mm}$
 $r = 0,1 \text{ mm}$, $h = 140 \text{ mm}$



Dziękuję za uwagę!